

Лінійне програмування як інструмент для прийняття оптимальних рішень в кіберспорті

Бишевець Наталія¹, Яковенко Олена², Сергієнко Іванна³,
Бишевець Григорій⁴, Куликов Артем⁵

Опубліковано	Секція	УДК
21.11.2024	Освіта/Педагогіка	796:004.9

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.14197624>

Анотація. У теперішній час накопичується позитивний досвід застосування моделей лінійної оптимізації в управлінні кіберспортивними організаціями, командами та гравцями. *Мета.* Розробити гнучку математичну модель, яка дозволить отримати оптимізовану стратегію участі команд у кіберспортивних турнірах з метою досягнення максимального прибутку кіберспортивною організацією за визначених обмеженнях на ресурси. *Методи.* Здійснено огляд і аналіз науково-методичної та спеціальної літератури з питань оптимального використання ресурсів; використано методи математичного моделювання та лінійного програмування. *Результати.* У ході дослідження ми побудували математичну модель, яка дозволяє максимізувати прибуток кіберспортивної організації шляхом визначення найбільш перспективних з точки зору прибутковості турнірів та встановлення оптимальної кількості команд для участі в них. Розроблена модель враховує наявні обмеження на ресурси та ймовірності виграшу у турнірі. За допомогою симплекс-методу лінійного програмування, реалізованого шляхом використання надбудови Розв'язувач MS Excel, було знайдено оптимальний розподіл команд, який найкраще відповідає поставленим цілям. Отримання розв'язків двоїстої задачі дозволило здійснити більш детальний аналіз чутливості моделі до різних обмежень. Установлено, що збільшення тривалості тренування на кожну годину дозволить збільшити очікуваний прибуток на 30 \$. Ідентифіковано найбільш перспективні дисципліни для інвестицій, а саме, кіберспортивній організації необхідно залучити до співпраці принаймні ще одну команду з Valorant. Тоді очікуваний прибуток збільшиться на 2200 \$. *Висновки.* Запропонована модель може бути використана для довгострокового стратегічного планування командами кіберспорту. Наприклад, щоб

¹ к.пед. наук, доцент, доцент кафедри кіберспорту та інформаційних технологій Національний університет фізичного виховання і спорту України, вул. Фізкультури, 1, <https://orcid.org/0000-0001-6118-6580>

² доцент, к.фіз.вих., доцент кафедри кіберспорту та інформаційних технологій, Національний університет фізичного виховання і спорту України, вул. Фізкультури, 1, Київ, 03150, Україна, <https://orcid.org/0000-0002-7165-5229>

³ викладач кафедри кіберспорту та інформаційних технологій Національний університет фізичного виховання і спорту України, вул. Фізкультури, 1, Київ, 03150, Україна, <https://orcid.org/0009-0003-4486-9613>

⁴ аспірант кафедри теорії спорту та фізичної культури, Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, <https://orcid.org/0000-0002-0631-7741>

⁵ аспірант кафедри кіберспорту та інформаційних технологій, Національний університет фізичного виховання і спорту України, вул. Фізкультури, 1, Київ, 03150, Україна, <https://orcid.org/0009-0002-2157-3011>

отримати максимальний прибуток у 47 700 \$, кіберспортивна організація повинна виділити 2 команди для участі в турнірі з CS:GO, 2 для League of Legends і 5 для Valorant. *Перспективи подальших досліджень.* Результати дослідження відкривають нові перспективи для подальших досліджень у галузі кіберспорту. Зокрема, надалі можна врахувати індивідуальні характеристики кожної команди, такі як рівень майстерності, спеціалізація, популярність серед аудиторії, та адаптуватися до динаміки змін в кіберспортивній індустрії. Також доцільно звернути увагу на можливість проводити багатокритеріальну оптимізацію.

Ключові слова: кіберспорт, рішення, лінійне програмування, оптимізація.

Linear programming as a tool for making optimal decisions in eSports

Abstract. Yakovenko O, Serhiienko I, Byshevets H, Boikov A, Kulykov A. Nowadays, linear programming models are increasingly used review of linear optimization models in the management of e-sports organizations, teams and players. The *goal* of this research is to develop a flexible mathematical model to optimize the participation of esports teams in tournaments, maximizing organizational profit under resource constraints. *Methods.* A detailed analysis of scientific, scientific-methodical and special literature on optimal use of resources was carried out; mathematical modeling and linear programming methods were used. *The results.* In the course of the research, we built a mathematical model that allows you to maximize the profit of an eSports organization by determining the most promising tournaments from the point of view of profitability and establishing the optimal number of teams to participate in them. The developed model takes into account existing resource limitations and probabilities of winning in the tournament. The simplex method, implemented in MS Excel Solver, was used to find the optimal team distribution that best meets the set goals. Sensitivity analysis revealed that increasing training hours by one hour could increase expected profit by \$30. Additionally, investing in Valorant teams, specifically adding at least one more team, could yield an additional \$2,200 in expected profit. *Conclusions.* The proposed model can be used for long-term strategic planning by esports teams. For example, to obtain the maximum profit of \$47,700, the esports organization should allocate 2 teams to CS:GO, 2 to League of Legends, and 5 to Valorant. *Prospects for further research.* The results of the study open up new perspectives for further research in the field of eSports. In particular, in the future, it is possible to take into account the individual characteristics of each team, such as skill level, specialization, popularity among the audience, and adapt to the dynamics of changes in the eSports industry. It is also advisable to pay attention to the possibility of multi-criteria optimization.

Keywords: eSports, solutions, linear programming, optimization.

Вступ

У останнє десятиліття розвиток кіберспорту став загальною світовою тенденцією. Він впливає на культуру, економіку та суспільство в цілому, формуючи нові професії, створюючи нові можливості для молоді та популяризуючи здорові способи проведення дозвілля.

Водночас кіберспорт продовжує зміцнювати свої позиції як вид спорту: збільшується видовищність змагань, зростають призові фонди на турнірах, з'являються нові кіберспортивні дисципліни та створюються професійні кіберспортивні ліги.

Кіберспортивні змагання привертають увагу мільйонних аудиторій, що призвело до значних інвестицій у кіберспорт й спричинило значне посилення конкуренції серед гравців і команд. Відтак тренувальний процес кіберспортсменів став предметом численних досліджень наукової спільноти, яка активно обговорює різноманітні аспекти їх підготовки: від фізичної підготовки та харчування до психологічної стійкості та стратегічного мислення. Результати цих досліджень дозволяють розробити все більш

ефективні тренувальні програми, які допомагають кіберспортсменам досягати високих результатів.

Одним із прогресивних методів управління організацією або процесом є застосування методів математичного програмування. Він успішно використовується для наукового обґрунтування управлінських рішень. Утім, незважаючи на значний прогрес у розвитку кіберспорту, на тепер майже відсутні систематичні дослідження щодо застосування методів математичного програмування для оптимізації управління кіберспортивними командами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Останні дослідження демонструють ефективність методів математичного програмування в різних сферах господарства [3]. Особливої популярності серед економістів, менеджерів, фахівців із логістики здобув метод лінійного програмування, який передбачає знаходження оптимальних рішень симплекс-методом. Інтеграція таких оптимізаційних інструментів в MS Excel як Розв'язувач дозволила значно розширити застосування цих методів, зробивши їх доступними для широкого кола фахівців без вимоги до поглиблених знань з математики. Оптимізаційні моделі стали доступними для фахівців у сфері здоров'язбереження та раціонального харчування, де автори за допомогою програмних додатків пропонують автоматизувати процес розробки збалансованого меню для організованого харчування різних груп населення [8]. Так само, оптимізаційні, передусім, змішані цілочисельні моделі взяли на озброєння науковці з фізичного виховання і спорту. Вчені пропонують їх використовувати для організації спортивних подій, зокрема для складання розкладу турнірів [10], виявлення підозрілих (договірних) матчів у змаганнях з видів спорту [2], побудови оптимальних туристських маршрутів [1], визначення гарантованого проходження команди до плей-офф або вибуття з турніру до завершення регулярного сезону [11]. Крім того, науковці наводять ефективні моделі цілочисельного програмування для колових турнірів [10].

Поступово методи математичного програмування проникають у сферу кіберспорту [4, 6, 13]. Особливу увагу вчені приділяють розробці нових методів планування кіберспортивних турнірів, які, на відміну від інших видів спорту, мають специфічні риси: вони можуть мати не лише кругову, але й швейцарську систему; склад кіберспортивних команд часто змінюється; команди, які беруть участь у кіберспортивних турнірах, можуть грати більше однієї гри за один день [14]. Для вирішення задачі планування кіберспортивних турнірів за швейцарською системою автори пропонують застосовувати методи динамічного планування, які оптимізують вибір суперників, що зустрінуться в кожному раунді, та порядку проведення ігор [15].

Наші попередні дослідження також продемонстрували перспективи впровадження методів лінійного програмування в практику управління кіберспортивними організаціями, командами та гравцями [5]. Попри перші вагомні успіхи, питання удосконалення управління кіберспортивними командами, заснованого на принципах математичного програмування, лишаються актуальними і вимагають подальших досліджень. Тому ми вважаємо за необхідне продовжити наукові розвідки в даному напрямку.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Це дослідження спрямоване на розробку нового методологічного підходу до управління кіберспортивними командами, заснованого на принципах математичного програмування.

Гіпотеза дослідження полягає в тому, що застосування лінійного програмування з використанням надбудови MS Excel Розв'язувач дозволить розробити науково обґрунтовані стратегії управління командами, а саме, оптимізувати вибір турнірів та відбір команд для участі в них з метою максимізації загального прибутку кіберспортивної організації за сезон при обмежених фінансових і часових ресурсах, та з

огляду на заявлену організаторами кількість команд-учасниць в кожному турнірі та відомій ймовірності виграшу команд. Отримання розв'язків двоїстої задачі дозволяє здійснити глибокий аналіз «дефіцитних» ресурсів, визначити, команди з яких кіберспортивних дисциплін доцільно долучити до організації, як розширення обмежень може вплинути на прибутковість кіберспортивної організації.

Формулювання цілей статті: розробити гнучку математичну модель, яка дозволить отримати оптимізовану стратегію участі команд у кіберспортивних турнірах з метою досягнення максимального прибутку кіберспортивною організацією за визначених обмеженнях на ресурси.

Методи дослідження. Для вирішення поставленої задачі застосовано метод математичного моделювання. Була розроблена математична модель лінійного програмування, яка відображає взаємозв'язки між різними факторами, що впливають на прибуток кіберспортивної організації. Для знаходження оптимального рішення моделі використовувався симплекс-метод, реалізований за допомогою надбудови MS Excel Розв'язувач.

Результати

Оптимальне рішення – це найкращий спосіб досягнення поставленої мети. Із математичної точки зору, таке рішення – це набір змінних, який забезпечує максимальне або мінімальне значення цільової функції за умови виконання всіх обмежень моделі.

При розв'язанні оптимізаційних задач важливо чітко визначити мету та сформулювати відповідну математичну модель. Тобто при розв'язанні задачі оптимізації постає завдання визначити мету і відповідно до неї сформулювати математичний вираз, який її відображає. У контексті діяльності кіберспортивної організації такою метою може бути організація кіберспортивного заходу, планування індивідуальних або групових тренувань, вирішення питання про склад команди або розподіл ресурсів.

Постановка задачі. Кіберспортивна організація планує брати участь у 5 турнірах з різних кіберспортивних дисциплін і прагне оптимально розподілити свої ресурси для участі в кількох турнірах з різними іграми. Вона має бюджет 50000 ум.од. та 1000 годин на підготовку кожної команди. Відомо, скільки команд у організації можуть змагатися з кожної кібердисципліни та скільки команд може прийняти участь у турнірі з неї. Мета – максимізувати очікуваний загальний прибуток, враховуючи обмежені ресурси та різні ймовірності перемоги в кожному турнірі.

Розв'язання.

Введемо позначення:

x_i – кількість участей в i -му турнірі ($i = A, B, C, D, E$).

c_i – прибуток від перемоги в i -му турнірі;

p_i – ймовірність перемоги в i -му турнірі;

a_{ij} – витрати i -го ресурсу на участь в j -му турнірі (a_{1j} – кошти на підготовку команди, a_{2j} – час на підготовку, a_{3j} – кількість команд, які потенційно можуть виступити з i -тої кібердисципліни;

b_i – загальний запас i -го ресурсу;

M_i – максимальна кількість участей в турнірах i -го типу.

Акцентуємо увагу на тому, що p_i означає ймовірність перемоги будь-якої команди організації в турнірі. Такий підхід є досить поширеним, оскільки спрощує модель шляхом усунення необхідності розглядати складні взаємодії між ймовірностями перемоги різних команд.

Як видно з умови, задача містить обмеження на бюджет і час, а також необхідність врахувати, що знайдена кількість команди може бути виключно натуральним числом.

Тоді математична модель задачі має наступний вигляд.

Знайти максимально можливий прибуток кіберспортивної організації (цільову функцію Z , яка показує загальний очікуваний прибуток за рахунок кожної команди з урахуванням ймовірності виграшу та прибутку залежно від участі в тому чи іншому турнірі без витрат на підготовку команди):

$$\max Z = \sum(p_i \cdot c_i \cdot x_i) - \sum(a_{1j} \cdot x_i) \quad (1)$$

якщо відомі обмеження на ресурси (витрати на підготовку та час):

$$\sum(a_i \cdot x) \leq b_i \quad (2)$$

обмеження на кількість учасників у турнірах одного типу (кількість команд, які поїдуть на турнір, не перевищує кількості заявлених у кожному турнірі):

$$x_i \leq M_i \quad (3)$$

кількість команд, які приймуть участь у турнірі, не перевищує кількості команд у організації, які потенційно можуть взяти в ньому участь:

$$x_i \leq a_{3i} \quad (4)$$

а також умову невід'ємності та цілочисельності розв'язку:

$$x_i \geq 0, x_i - \text{ціле} \quad (5)$$

На наступному кроці за допомогою табличного редактора MS Excel ми створили табличну модель задачі. Вона включає заголовки, перелік кіберспортивних дисциплін, з яких плануються турніри, а також константи – фіксовані значення, які є вхідними даними для вирішення задачі. Серед таких значень – відомості про прибуток, який можна отримати на тому чи іншому турнірі, ймовірність перемоги будь-якої команди, визначена на основі попередньої інформації про виступи команд, грошові та часові витрати на підготовку до змагань залежно від кіберспортивної дисципліни, а також дані щодо наявних команд і кількості команд, які можуть прийняти участь у змаганнях.

Після введення початкових даних ми сформуваємо стовпець невідомих – рішення, яке потрібно прийняти стосовно участі команд у турнірі. У комірки з цільовою функцією – розмір очікуваного прибутку та комірки з обмеженнями внесли відповідні формули (рис. 1).

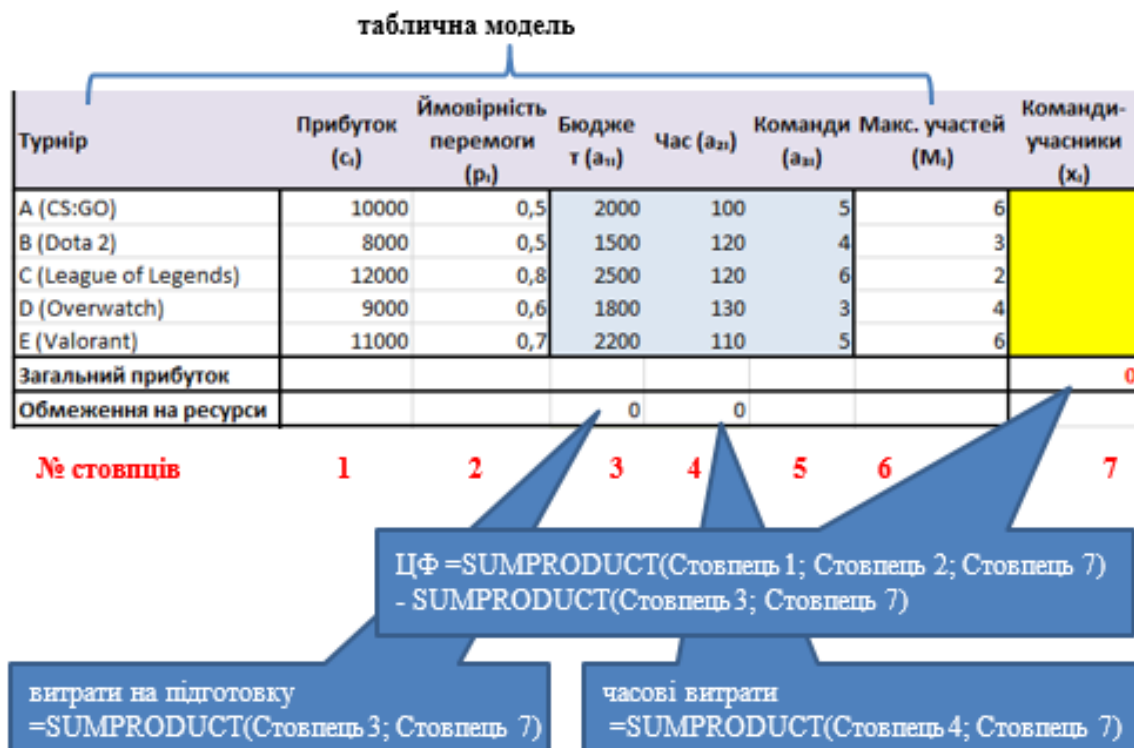


Рисунок 1 – Підготовка даних для розв'язання задачі про планування участі кіберспортивних команд у турнірах

Важливим кроком для отримання розв'язку задачі є додавання обмежень, а саме: величина значення, яке ми отримуємо в комірці, що містить формулу для розрахунку витрат, має не перевищувати 50000 \$, а часові витрати – 1000 год. При цьому кількість команд, які буде відправлено на турніри не перевищує кількості команд-учасників, заявлених організаторами.

Для отримання двоїстих оцінок задачі, спочатку ми не додавали умову цілості чисельності розв'язку і отримали попередній розв'язок (рис. 2).

Турнір	Прибуток (с _i)	Ймовірність перемоги (p _i)	Бюджет (a _{1i})	Час (a _{2i})	Команди (a _{3i})	Макс. участей (M _i)	Команди-учасники (x _i)	Н-вартість	Допустиме збільшення	Допустиме зменшення
A (CS:GO)	10000	0,5	2000	100	5	6	2,1	0	2000,0	230,8
B (Dota 2)	8000	0,5	1500	120	4	3	0	-1100	1100,0	∞
C (League of Legends)	12000	0,8	2500	120	6	2	2	3500	∞	3500,0
D (Overwatch)	9000	0,6	1800	130	3	4	0	-300	300,0	677,8
E (Valorant)	11000	0,7	2200	110	5	6	5	2200	∞	2200,0
Загальний прибуток							48000			
Обмеження на ресурси			20200	1000						
T-ціна			0	30						
Допустиме збільшення			∞	290						
Допустиме зменшення			29800	210						

Рисунок 2 – Попередній розв'язок

Двоїсті оцінки дозволили визначити, на які проблемні моменти слід звернути увагу кіберспортивній організації для збільшення прибутків у майбутньому. Аналіз результатів показав, що час є «дефіцитним» ресурсом. Так, тіньова ціна (T-ціна) часових витрат свідчить про необхідність збільшення тривалості підготовки команд до турнірів, причому кожна година додаткових тренувань дозволяє очікувати зростання прибутку на 30 \$. І, навпаки, скорочення терміну підготовки команди на кожну годину загрожує зменшенням прибутку на 30 \$.

З іншого боку, від'ємні зменшені вартості (Н-вартості) для турнірів показують, на скільки зменшиться очікуваний прибуток, якщо організація взяла на себе зобов'язання прийняти участь у не вигідному з точки зору ймовірності перемоги турнірі. Зокрема, участь принаймні однієї команди в турнірі з Dota 2 призведе до зменшення очікуваного прибутку на 1100 \$.

Додатні Н-вартості для турнірів демонструють, як підвищиться очікуваний прибуток у випадку збільшення заявлених організаторами команд-учасників, якщо у кіберспортивній організації є резервні команди з дисципліни. Наприклад, якщо б кіберспортивна організація мала можливість прийняти участь у турнірі з League of Legends складом із 3 команд, то її очікуваний прибуток зріс би на 3500 \$.

Після проведеного ґрунтовного аналізу, ми додали умову цілочисельності розв'язку і знайшли остаточне рішення (рис. 3).

Турнір	Прибуток (с _i)	Ймовірність перемоги (p _i)	Бюджет (a _{1i})	Час (a _{2i})	Команди (a _{3i})	Макс. участей (M _i)	Команди-учасники (x _i)	Н-вартість	Допустиме збільшення	Допустиме зменшення
A (CS:GO)	10000	0,5	2000	100	5	6	2	0	2000,0	230,8
B (Dota 2)	8000	0,5	1500	120	4	3	0	-1100	1100,0	∞
C (League of Legends)	12000	0,8	2500	120	6	2	2	3500	∞	3500,0
D (Overwatch)	9000	0,6	1800	130	3	4	0	-300	300,0	677,8
E (Valorant)	11000	0,7	2200	110	5	6	5	2200	∞	2200,0
Загальний прибуток							47700			
Обмеження на ресурси			20000	990						
T-ціна			0	30						
Допустиме збільшення			∞	290						
Допустиме зменшення			29800	210						

Рисунок 3 – Результати розв'язання

Отже, кіберспортивній організації потрібно наступним чином розподілити команди: 2 командам прийняти участь в турнірі з CS:GO, 2 – з League of Legends і 5 – з Valorant. Тоді прибуток буде максимальним і складе 47700 \$.

Висновки

Методи математичного програмування, особливо лінійного, набувають все більшої популярності в різних сферах людської діяльності. Завдяки доступним інструментам, таким як Розв'язувач в MS Excel, оптимізаційні моделі стали незамінним інструментом для прийняття ефективних рішень також у сфері фізичного виховання і спорту. У теперішній час накопичується позитивний досвід застосування моделей лінійної оптимізації в управлінні кіберспортивними організаціями, командами та гравцями.

У ході дослідження ми побудували математичну модель, яка дозволяє максимізувати прибуток кіберспортивної організації шляхом визначення найбільш перспективних з точки зору прибутковості турнірів та встановлення оптимальної кількості команд для участі в них. Розроблена модель враховує наявні обмеження на ресурси та ймовірності виграшу у турнірі. За допомогою симплекс-методу лінійного програмування, реалізованого шляхом використання надбудови Розв'язувач MS Excel, було знайдено оптимальний розподіл команд, який найкраще відповідає поставленим цілям.

Для отримання максимального прибутку в сумі 47700 \$ кіберспортивній організації потрібно наступним чином обрати турніри та розподілити команди: 2 командам прийняти участь в турнірі з CS:GO, 2 – з League of Legends і 5 – з Valorant.

Отримання розв'язків двоїстої задачі дозволило здійснити більш детальний аналіз чутливості моделі до різних обмежень. Установлено, що збільшення тривалості тренування на кожну годину дозволить збільшити очікуваний прибуток на 30 \$. Ідентифіковано найбільш перспективні дисципліни для інвестицій, а саме, кіберспортивній організації необхідно залучити до співпраці принаймні ще одну команду з Valorant. Тоді очікуваний прибуток збільшився б на 2200 \$. Отже запропонована модель може бути використана для довгострокового стратегічного планування.

Перспективи подальших досліджень. Результати дослідження відкривають нові перспективи для подальшого удосконалення запропонованої моделі. З нашої точки зору, надалі слід враховувати індивідуальні характеристики кожної команди, такі як рівень майстерності, спеціалізація, популярність серед аудиторії, та адаптуватися до динаміки змін в кіберспортивній індустрії. Також доцільно звернути увагу на можливість проводити багатокритеріальну оптимізацію, враховуючи не тільки фінансові показники, але й інші важливі фактори для розвитку команди.

Результати

1. Бишевец Н, Гончарова Н., Яковенко О., Родіоненко М. Оптимізаційні задачі в структурі освітнього процесу закладів вищої освіти з фізичної культури і спорту. Фізичне виховання, спорт і культура здоров'я у сучасному суспільстві. 2020;2(50):3-12. <https://doi.org/10.29038/2220-7481-202002-03-12>.
2. Жук І. С. Математичні моделі і методи виявлення за публічно доступними даними підозрілих на фіксований результат футбольних матчів: дис. ... д-ра філософії: 113 Прикладна математика. Київ, 2023. 187 с.
3. Кузьмичов А.І., Бишевец Н.Г., Куценко Г.В., Омецинська Н.В., Юсипів Т.В. Ймовірнісне та статистичне моделювання в Excel для прийняття рішень. Перевидання. К.: Видавництво Ліра-К., 2020. 200 с. <http://www.ipri.kiev.ua/index.php?id=160>.

4. Чизмар І. І. Системна формалізація процесів розвитку кіберспорту в Україні. Економічний вісник НТУУ «Київський політехнічний інститут». 2021, № 20. С. 95-105. DOI: 10.20535/2307-5651.20.2021.252853.
5. Шинкарук О. Інформаційні технології та кіберспорті: інноваційний підхід до реабілітації військовослужбовців і ветеранів війни: навч.-метод. посіб./ О. Шинкарук, Н. Бишевець, К. Сергієнко та ін. Національний університет фізичного виховання і спорту України, вид-во «Олімпійська література», 2024. –156 с. ISBN 978-617-7492-26-8.
6. Alexander, M.K., Le, L., & Tsiango, C. (2018). Modeling and analysis of features of team play strategies in eSports applications. DOI:10.25559/SITITO.14.201802.397-407.
7. Bahrolloomi F., Klonowski F., Sauer S., E-Sports Player Performance Metrics for Predicting the Outcome of League of Legends Matches Considering Player Roles. SN COMPUT. SCI. 2023, no. 4. P. 238. <https://doi.org/10.1007/s42979-022-01660-6>.
8. Hadzhikolev E., hadzhikoleva S. Application of the simplex method to create a weekly menu planner. Acta Universitatis Cibiniensis Series E: FOOD TECHNOLOGY 83. Vol. XXII (2018), no. 2. PP. 77-84. DOI: 10.2478/auaft-2018-0015.
9. Hepler C., Thangarajah P., Zizler P. 2016. Ranking in Professional Sports: An Application of Linear Algebra for Computer Science Students. In Proceedings of the 21st Western Canadian Conference on Computing Education (WCCCE '16). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, Article 16, 1–4. <https://doi.org/10.1145/2910925.2910935>.
10. Jasper van Doornmalen, Christopher Hojny, Roel Lambers, Frits C.R. Spijksma. Integer programming models for round robin tournaments. European Journal of Operational Research, 2023. Volume 310, Issue 1, P. 24-33. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.02.017>.
11. Mark A. Husted, Eli V. Olinick, Alexandra M. Newman (2020) Improving Sports Media's Crystal Ball for National Basketball Association Playoff Elimination. INFORMS Journal on Applied Analytics 51(2):119-135. <https://doi.org/10.1287/inte.2020.1034>.
12. Nagorsky E., Wiemeyer J. Structure of performance and training in esports. PLoS ONE. 2020, no. 15(8), P. e0237584. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0237584>.
13. Novak AR, Bennett KJ, Pluss MA, Fransen J. Performance analysis in esports: modelling performance at the 2018 league of legends world championship. Int J Sports Sci Coach. 2020;15(5–6):809–17.
14. Pizzo, A.D., Kunkel, T., Jones, G.J., Baker, B.J., & Funk, D.C. (2022). Digitalization and the strategic advantage of mature-stage firms: The diversification of professional sport into esports. Journal of Business Research, 139, 257–266.
15. Zhi-Long Dong, Celso C. Ribeiro, Fengmin Xu, Ailec Zamora, Yujie Ma, Kui Jing, Dynamic scheduling of e-sports tournaments, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, Volume 169, 2023, 102988, <https://doi.org/10.1016/j.tre.2022.102988>.